

serie 1

نص التمرين 1

نقوم بدراسة حركة نقطة مادية على محور (O, \vec{i}) لها الخصائص التالية :

- التسارع ثابت $a=4\text{m/s}^2$

- سرعتها عند اللحظة $t=0$ هي $v_0=-3\text{m/s}$

- أفصولها عند $t=0$ هي $x_0=1\text{m/s}$

1 - ما هي طبيعة حركة النقطة المادية ؟ استنتج معادلة السرعة $v(t)$ والمعادلة الزمنية $x(t)$

2 - حدد التواريخ التي تمر فيها النقطة المادية من O . واستنتج سرعتها في هذه النقطة .

3 - خلال هذه الحركة ، هل سيتغير منحنى حركة النقطة المادية ؟ إذا الجواب نعم ، حدد التاريخ والموضع الذي سيتغير فيه منحنى حركة النقطة .

نص التمرين 2

انطلق قطار بدون سرعة بدنية في حركة متسارعة على سكة شعاع انحنائها $R=800\text{m}$ بعد قطعه مسافة $s_1=600\text{m}$ أصبحت سرعته الخطية $v_1=36\text{km/h}$. أوجد السرعة والتسارع عند قطعة نصف طول المسار .

تمرين 1

1 - طبيعة حركة المتحرك .
 حسب المعطيات : المتحرك يتحرك على محور (O, \vec{i}) إذن مسار المتحرك مستقيمي محمول من طرف هذا المحور .
 وبما أن التسارع ثابت $a=4\text{m/s}^2$ إذن فطبيعة حركته مستقيمية متغيرة بانتظام .
 - معادلة السرعة
 نعلم أنه بالنسبة لحركة م.م.إ أن السرعة تكتب على الشكل التالي $v(t)=at+v_0$ وحسب المعطيات $v_0=-3\text{m/s}$ و $a=4\text{m/s}^2$

$$V(t)=4t-3$$

طريقة أخرى باستعمال التكامل :

$$\frac{dv}{dt} = 4 \Leftrightarrow dv = 4 dt$$

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t 4 dt$$

$$v - v_0 = 4t \Leftrightarrow v(t) = 4t + v_0$$

$$v(t) = 4t - 3$$

- المعادلة الزمنية ..

نعلم أنه بالنسبة لحركة م.م.إ أن المعادلة الزمنية $x=f(t)$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

بحيث أن $a=4\text{m/s}^2$ و $v_0=-3\text{m/s}$ و $x_0=1\text{m}$ إذن $x = 2t^2 - 3t + 1$
 2 - التواريخ التي يمر فيها المتحرك من النقطة O أصل معلم الفضاء .
 عند النقطة O : $x=0$ أي أن

$$2t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$(2t - 1)(t - 1) = 0$$

$$t = 1\text{s} \quad \text{ou} \quad t = \frac{1}{2}\text{s}$$

سرعة المتحرك خلال هاتين اللحظتين :

$$t = 1\text{s} \Leftrightarrow v_1 = 1\text{m/s}$$

$$t = \frac{1}{2}\text{s} \Rightarrow v_2 = -1\text{m/s}$$

من خلال هذه النتيجة يتبين أن المتحرك سيمر من النقطة O مرتين في الذهاب والإياب .
 3 - من خلال النتيجة السابقة يتبين أن المتحرك غير منحى حركته . أي أن الجسم توقف خلال حركته ونعبر عن ذلك بالعلاقة التالية :

$$v = 0$$

$$v = 4t - 3 = 0$$

$$t = \frac{3}{4}\text{s}$$

ومنه نستنتج موضع المتحرك في هذه اللحظة : $x = -0.125\text{m}$

تمرين 2

نحسب السرعة والتسارع عند ما يقطع القطار نصف مساره

نعتبر أنه في اللحظة $t=0$ أن $s_0=0$ وكذلك $v_0=0$ وبما أن حركته متغيرة بانتظام فإن معادلته الزمنية تكتب على الشكل التالي باختيار الأضوال المنحني وباعتبار معلم فريتي بحيث أن التسارع إذن : $\vec{a} = a_\tau \vec{u} + a_n \vec{n}$

$$v = a_\tau t \quad \text{وسرعه الخطية} \quad s = \frac{1}{2} a_\tau t^2$$

بإقصاء الزمن بين المعادلتين نحصل على $v^2 = 2a_\tau s$ من خلال المعطيات $s=s_1$ فإن $v=v_1$ أي أن $v^2_1 = 2a_\tau s_1$ عند قطعه نصف المسار

$$s_2 = \frac{s_1}{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2a_\tau s_2} = \sqrt{a_\tau s_1} = \frac{v_1}{\sqrt{2}}$$

$$v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{2}}$$

نحسب تعبير التسارع المنظمي :

$$a_n = \frac{v^2_1}{2R} \quad \text{أي أن} \quad a_n = \frac{v^2_2}{R}$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$$

$$a = \frac{v^2_1}{2} \sqrt{\frac{1}{s^2_1} + \frac{1}{R^2}} \quad \text{إذن}$$

تطبيق عددي :

$$a=0.1\text{m/s}^2 \quad \text{و} \quad V_2=7.1\text{m/s}$$

نأخذ $g=10\text{m/s}^2$

نعتبر بكرتين (P_1) و (P_2) ملتحمتين ومتجانستين شعاعهما على التوالي $r_1=10\text{cm}$ و $r_2=\frac{r_1}{2}$ قابلتان

الدوران حول محور ثابت Δ أفقي يمر من مركزهما . نعتبر J_Δ عزم قصور المجموعة (P_1,P_2) بالنسبة للمحور Δ .

نمرر حول البكرة P_1 خيطا f_1 غير مدود وكتلته مهملة و حول البكرة P_2 خيطا f_2 غير مدود كذلك وكتلته مهملة .

نربط طرف الخيط f_1 بجسم صلب S_1 كتلته m_1 وطرف الخيط f_2 بجسم صلب S_2 كتلته m_2 و S_1 قابل الانزلاق بالاحتكاك فوق المستوى π_1 بينما S_2 قابل الانزلاق فوق المستوى π_2 بدون احتكاك . المستويين مانلين بالنسبة للمستوى الأفقي . المستوى π_1 مانل بزاوية α و المستوى π_2 مانل بزاوية β . و k معامل الاحتكاك بالنسبة للمستوى π_1 . أنظر الشكل .

I - 1- بتطبيق شرط التوازن على كل من S_1 و S_2 و المجموعة (P_1,P_2) ، أوجد العلاقة بين m_2 و m_1 ليتحقق توازن المجموعة .

2 - نعتبر $m_1=100\text{g}$ و $m_2=4m_1$ و نأخذ $\alpha=30^\circ$ و $\beta=60^\circ$ و معامل الاحتكاك $k=\tan\phi=0.5$.

حدد منحنى حركة المجموعة . هل يوافق المنحنى الذي هو على الشكل ؟

3 - نعتبر أن $\alpha<\beta$ و نطلق المجموعة بدون سرعة بدئية . عند اللحظة t ، أفصول مركز القصور S_1 هو x_1 عند انتقاله في المنحنى الموجب و x_2 أفصول مركز القصور S_2 و نعتبر أن تسارع الجسم S_1 و a_2 تسارع الجسم S_2 . أوجد العلاقة بين x_1 و x_2 واستنتج كذلك العلاقة بين a_1 و a_2 .

3 - 1 - بتطبيق العلاقة الأساسية للديناميك على S_1 و S_2 و المجموعة (P_1,P_2) بين أن تعبير تسارع الجسم S_1 هو :

$$a_1 = \frac{g(2 \sin \beta - \sin \alpha - k_1 \cos \alpha)}{2 + \frac{J_\Delta}{m_1 r_1^2}}$$

3 - 2 - استنتج أن تعبير J_Δ هو $J_\Delta = \frac{2}{a_1}(4 - a_1) \cdot 10^{-3}$

3 - 3 - نعطي $a_1=2\text{m/s}^2$ أحسب عزم قصور المجموعة J_Δ وكذلك التوتر T_1 المطبق من طرف الخيط 1 على S_1 والتوتر T_2 المطبق من طرف الخيط 2 على الجسم S_2 .

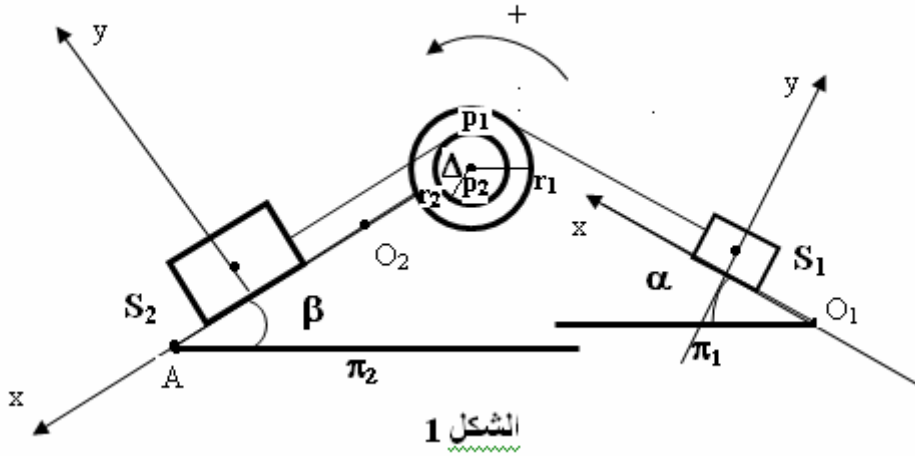
3 - 4 - نعلم أن تأثير المحور Δ على البكرة يكافئ القوة \vec{R} أحسب شدة هذه القوة خلال حركة المجموعة (P_1,P_2) . نعطي كتلة البكرة $M=500\text{g}$

II - 1- بعد مرور مدة زمنية 2s حدد عدد الدورات المنجزة من طرف المجموعة ابتداء من لحظة تحرير المجموعة . واحسب السرعة الزاوية في اللحظة $t=2\text{s}$.

2 - في اللحظة $t=2\text{s}$ ينقطع الحبل وبفعل الاحتكاكات الموجودة بين المحور Δ و المجموعة (P_1,P_2) تتوقف هذه الأخيرة بعد انجازها 10 دورات . اكتب المعادلة الزمنية لحركة المجموعة (P_1,P_2) بعد انقطاع الحبل . تم استنتاج المسافة المقطوعة من طرف الجسم S_2 في هذه الحالة إذا اعتبرنا أن سرعة

الجسم عند مروره من A هي $V_A=4\text{m/s}$

3 - ما هو الشرط الذي يجب أن تحققه الزاوية α لكي يبقى الجسم S_1 في حالة توازن عند انقطاع الحبل ؟



الكيمياء

نعطي $M(H)=1\text{g/mol}$, $M(O)=16\text{g/mol}$, $M(Na)=23\text{g/mol}$, $K_e=10^{-14}$ و كل المحاليل مأخوذة عند درجة حرارة 25°C .

I - ، نذيب 2g من هيدروكسيد الصوديوم في 500ml من الماء المقطر فنحصل على محلول قاعدي S

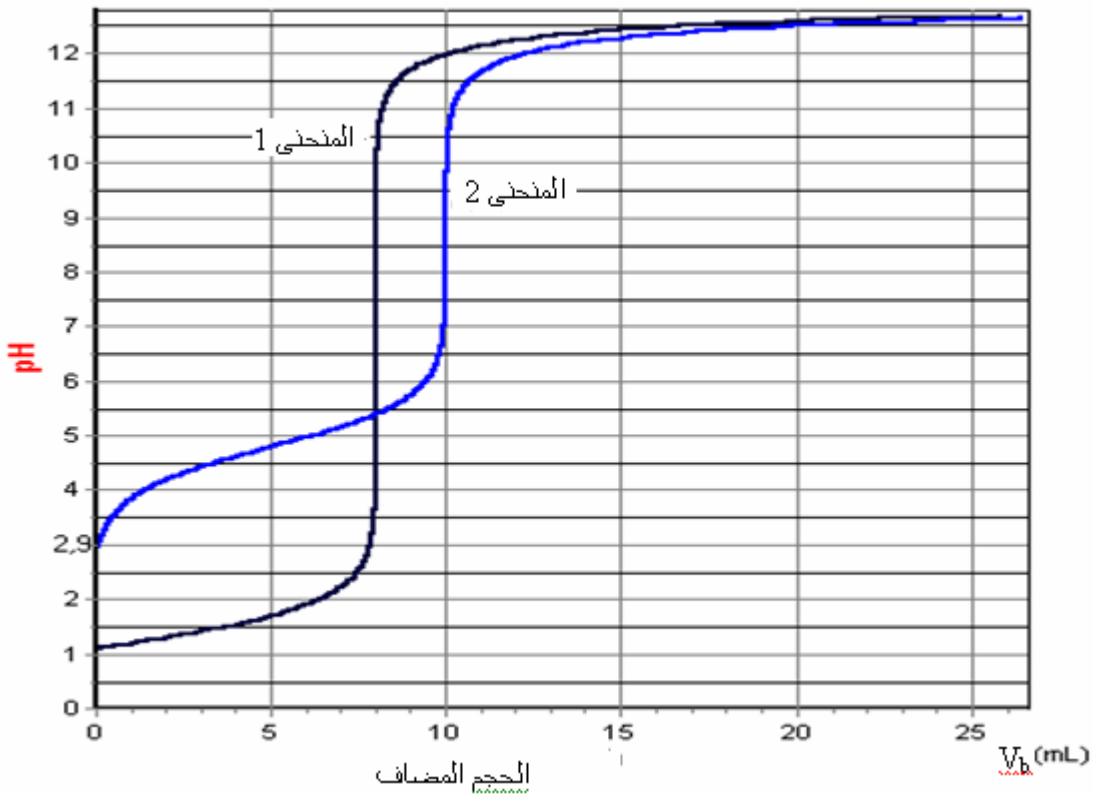
أحسب التركيز C_b للمحلول S واستنتج pH هذا المحلول .

II - نعاير بواسطة S محلولين S_1 و S_2 .

S_1 : محلول مائي لحمض الكلوريدريك حجمه $V_1=10\text{ml}$ وتركيزه C_1

S_2 : محلول مائي لحمض الايثانويك حجمه $V_2=10\text{ml}$ وتركيزه C_2

دراسة تغيرات pH بدلالة الحجم المضاف V_b للمحلول القاعدي استنتجنا منها المنحنيات التالية :



- 1 - حدد مبيانيا نقطة التكافؤ بالنسبة لكل معايرة
- أعط تفسيرا للاختلاف الحاصل في إحداثيات نقطة التكافؤ
- 2 - بالنسبة للمحلول S_1 :
1-2 - أكتب معادلة التفاعل خلال المعايرة
2-2 - احسب التركيز C_1
2-3 - فسر لماذا نحصل على $pH=7$ عند التكافؤ
3-3 - بالنسبة للمحلول S_2
1-3 - اكتب معادلة التفاعل خلال المعايرة
2-3 - احسب التركيز C_2
3-3 - احسب معامل التآين α لحمض الايثانويك في المحلول S_2 واستنتج أن هذا الحمض ضعيف .
3-4 - استنتج من المبيان قيمة الثابتة الحمضية K_A .
3-5 - أوجد العلاقة بين pH المحلول S_2 و pK_A والتركيز C_2 .
3-6 - استنتج من هذه العلاقة قيمة pK_A
4-4 - في تجربة ثانية نحضر محلولاً S'_2 من المحلول S_2 وذلك بإضافة حجم V_0 من الماء الخالص ونعاير هذا المحلول بالمحلول القاعدي S
4-4 - 1 أذكر بدون حساب ومعللا جوابك تأثير التخفيف على:
- حجم المحلول S المضاف عند التكافؤ V_E
- pH_i البدني للمحلول S'_2
- pH_E للخليط عند التكافؤ
- $pH_{1/2}$ للخليط عند نصف التكافؤ
4-4 - 2 pH الخليط عند إضافة 20ml من المحلول S هو 12 أحسب V_0 .

correction serie

تمرين الفيزياء

1- بتطبيق شرط التوازن على كل من S_1 و S_2 و $\{P_2 - P_1\}$ نحصل على العلاقة المتجهية التالية :

$$\vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{R}_1 = \vec{0} \quad \text{على } S_1$$

$$T_1 - f - m_1 g \sin \alpha = 0 \quad \text{نسقط العلاقة على } O_x$$

$$-m_1 g \cos \alpha + R_y = 0 \quad \text{على } O_y$$

$$\tan \varphi = k_1 = \frac{f}{R_y} = \frac{f}{m_1 g \cos \alpha} \Rightarrow f = k_1 m_1 g \cos \alpha$$

نعلم أن

$$T_1 = m_1 g k_1 \cos \alpha + m_1 g \sin \alpha$$

$$\vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{R}_1 = \vec{0} \quad \text{على } S_2$$

$$m_2 g \sin \beta - T_2 = 0 \Rightarrow T_2 = m_2 g \sin \beta$$

إسقاط العلاقة على $O'_2 x'$

$$\mathcal{M}_A(\vec{T}'_1) + \mathcal{M}_A(\vec{T}'_2) = 0$$

$$\mathcal{M}_A(\vec{R}) = 0 \quad \text{و} \quad \mathcal{M}_A(\vec{P}) = 0$$

$$T_2 r_2 - T_1 r_1 = 0$$

باعتبار أن كتلة الخيطين مهملة وغير قابلين للتمدد .

$$\sin \beta = r_1 m_1 g (k \cos \alpha + \sin \alpha)$$

ونستنتج :

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{r_1 g (k \cos \alpha + \sin \alpha)}{r_2 g \sin \beta}$$

2- منحنى حركة المجموعة : نقرن

$$\text{بين } \mathcal{M}_A(\vec{T}_1) = 0,093 \text{ N.m} \quad \text{و}$$

$$\mathcal{M}_A(\vec{T}_2) = 0,216 \text{ N.m}$$

أن $\mathcal{M}_A(\vec{T}_1) < \mathcal{M}_A(\vec{T}_2)$ أي أن منحنى الدوران يوافق المنحنى المختار على الشكل .

3-1 العلاقة بين x_1 و x_2 هي :

عند اللحظة t ينتقل الجسم S_1 ب x_1 وتدور البكرة ب θ وبما أن الخيط غير قابل الانزلاق على مجرى البكرة

$$x_1 = r_1 \theta \quad \text{و} \quad x_2 = r_2 \theta \quad \text{ومن العلاقات نستنتج } x_2 = \frac{r_2}{r_1} x_1 \quad \text{وبما أن } r_2 = \frac{r_1}{2}$$

$$\text{إذن } x_2 = \frac{x_1}{2} \quad \text{ومنه نستنتج بعملية الاشتقاق بالنسبة للزمن أن } a_2 = \frac{a_1}{2} \quad (1)$$

3-2 تعبير التسارع a_1

نطبق العلاقة الأساسية للديناميك في معلم مرتبط بالأرض نعتبره غاليليا :

$$\vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{R}_1 = m_1 \vec{a}_1 \quad \text{على } S_1$$

إسقاط العلاقة :

$$T_1 - f - m_1 g \sin \alpha = m_1 a_1$$

$$T_1 = m_1 g k \cos \alpha + m_1 g \sin \alpha + m_1 a_1$$

على S_2

$$T_2 = m_2 g \sin \beta - \frac{m_2}{2} a_1 \quad \text{عندنا (1) وحسب العلاقة (1) } T_2 = m_2 g \sin \beta - m_2 a_2$$

نطبق العلاقة الأساسية على البكرة :

$$\ddot{\theta} = \frac{a_1}{r_1} \text{ بحيث أن } T_2 r_2 - T_1 r_1 = J_{\Delta} \ddot{\theta}$$

$$a_1 = \frac{(m_2 g \sin \beta - 2m_1 g (k \cos \alpha + \sin \alpha))}{\left(\frac{m_2}{2} + 2m_1 + \frac{2J_{\Delta}}{r_1^2} \right)}$$

$$a_1 = \frac{g(2 \sin \beta - k \cos \alpha - \sin \alpha)}{2 + \frac{J_{\Delta}}{m_1 r_1^2}} \text{ معوض في العلاقة أعلاه } m_2 = 4m_1$$

$$J_{\Delta} = \frac{m_1 r_1^2}{a_1} (g(2 \sin \beta - k \cos \alpha - \sin \alpha) - 2) \text{ 3-3 نستنتج}$$

$$J_{\Delta} = \frac{2}{a_1} (4 - a_1) \cdot 10^{-3} \text{ بما أن } \alpha = 30^\circ \text{ و } \beta = 60^\circ \text{ و } m_1 = 0,1 \text{ kg و } r_1 = 0,1 \text{ m نجد أن}$$

$$J_{\Delta} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2 \text{ 3-4 حساب عزم قصور المجموعة}$$

ومنه نستنتج التوتر T_1 و T_2

$$T_2 = 3 \text{ N و } T_1 = 1,13 \text{ N}$$

II - 1 حساب شدة القوة \vec{R}

نطبق العلاقة الأساسية للديناميك على البكرة في مركز قصورها $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m \cdot \vec{a}$

مركز قصور البكرة ساكن إذن $\vec{a} = \vec{0}$

ونسقط العلاقة على محورين متعامدين مركزهما متطابق مع مركز قصور البكرة على Ox

$$-R_x + T_1 \cos \alpha + T_2 \cos \beta = 0$$

على Oy

$$-P + R_y + T_1 \sin \alpha - T_2 \sin \beta = 0$$

من العلاقتين نستنتج أن $R_x = T_1 \cos \alpha + T_2 \cos \beta = 6,4 \text{ N}$ و $R_y = T_2 \sin \beta - T_1 \sin \alpha + mg = 7,0 \text{ N}$

ومنه نستنتج شدة القوة $\vec{R} = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$ تطبيق عددي $R = 9,5 \text{ N}$

2- عدد الدورات المنجزة من طرف المجموعة: نحسب تسارع البكرة $\ddot{\theta} = \frac{a_1}{r_1} = 20 \text{ rad/s}^2$

$$\theta = 10t^2 + \theta_0 \Rightarrow \Delta\theta = 10t^2 \Rightarrow 2\pi m = 10t^2 \Rightarrow n = \frac{10t^2}{2\pi}$$

$$n = 6,3 \approx 6 \text{ tours}$$

نستنتج السرعة الزاوية كذلك من المعادلة الزمنية $\dot{\theta} = 20t$ بالنسبة ل $t=2\text{s}$ $\dot{\theta} = 40 \text{ rad/s}$

- المعادلة الزمنية لحركة المجموعة:

نحسب تسارع البكرة بعد انقطاع الحبل نطبق العلاقة المستقلة عن الزمن $\omega_f^2 - \omega_i^2 = 2\dot{\theta}\Delta\theta$

$$\dot{\theta} = \frac{-\omega_0^2}{2\Delta\theta} = -12,7 \text{ rad/s}^2$$

إذن فالمعادلة الزمنية هي على الشكل التالي: $\theta(t) = -6,4t^2 + 40t$

نستنتج المسافة المقطوعة من طرف الجسم S_1 هي

نحسب V'_0

$$V'_0 = V_{02} = r_2 \omega_0 = 2 \text{ m/s}$$

حساب a'_2

عند انقطاع الحبل نبين بتطبيق العلاقة الأساسية للديناميك أن $a'_2 = g \sin \beta = 8,7 \text{ m/s}^2$

$$\Delta x = \frac{V_B^2 - V_A^2}{2a'_2} = 0,7m \quad \text{و } V_A=4m/s \text{ نطبق العلاقة المستقلة عن الزمن ونجد}$$

3 - الشرط الذي يجب أن تحققه الزاوية α لكي يبقى الجسم في حالة توازن هو :

$$m_1 g \sin \alpha - f = 0 \text{ et } f = m_1 g \cos \alpha$$

$$m_1 g \sin \alpha - m_1 g \cos \alpha = 0$$

$$\alpha \leq \frac{\pi}{4} \text{ مما بين أن}$$

الكيمياء

I - حساب التركيز C_b

$$C_b = \frac{m}{M.V} = 0,1mol / l \text{ نستنتج أن } pH=1$$

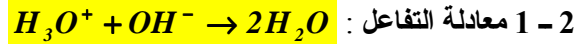
II - 1 معيار S_1 معيار حمض قوي بقاعدة قوية المنحى 1 نقطة التكافؤ نستعمل طريقة المماسات (أنظر الدرس)

$$E_1(8ml,7)$$

معيار S_2 معيار حمض ضعيف بقاعدة قوية المنحى 2 نقطة التكافؤ هي : $E_2(10ml,8,6)$

نفس الاختلاف الحاصل في نقطة التكافؤ يكون أنه بالنسبة لمعيار حمض قوي بقاعدة قوية نحصل على نقطة التكافؤ عندما يكون $pH=7$ أي أن $n(OH^-)=n(H_3O^+)$ أنه يصبح الخليط محايد أم بالنسبة لمعيار حمض ضعيف بقاعدة قوية فنقطة الحياد تكون قبل نقطة التكافؤ وفي نقطة التكافؤ يكون الخليط قاعدي $n(CH_3COOH)=n(OH^-)$ يعني أن في الجزء الثاني من المعيار سيكون هناك تغير مفاجئ لل pH مقارنة مع المعيار لحمض قوي بقاعدة قوية وهذا ناتج عن عدد الأيونات الموجودة في المحلول (حمض ضعيف)

2 - بالنسبة للمحلول S_1



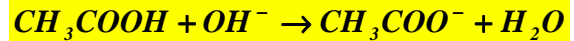
$$C_1 V_1 = C_b V_{be} \Rightarrow C_1 = C_b \frac{V_{be}}{V_1} \quad \text{2 - 2 حساب التركيز } C_1 \text{ نطبق علاقة التكافؤ}$$

تطبيق عددي : $C_1 = 0,08mol / l$

$$[H_3O^+] = [OH^-] \quad \text{2 - 3 نحصل على } pH=7 \text{ لأن المحلول أصبح محايدا أي أن}$$

3 - بالنسبة للمحلول S_2

3 - 1 معادلة التفاعل خلال المعيار :



3 - 2 حساب C_2

$$C_2 V_2 = C_b V'_{be} \Rightarrow C_2 = C_b \frac{V'_{be}}{V_2} \quad \text{عددي تطبيق } C_2 = 0,1mol / l$$

3 - 3 حساب معامل التآين α

$$\alpha = \frac{[CH_3COO^-]}{C_2} \quad \text{حساب تركيز أيونات } CH_3COO^- \text{ في المحلول } S_2 \text{ حسب المنحنى فإن } pH=2,9$$

تركيز أيونات H_3O^+ هو : $[H_3O^+] = 1,25.10^{-3} mol / l$ ونستنتج أن $[OH^-] = 7,94.10^{-12} mol / l$

$$[CH_3COO^-] + [OH^-] = [H_3O^+] \quad \text{نطبق الحياد الكهربائي}$$

$$[CH_3COO^-] \approx [H_3O^+] \quad \text{وبما أن أيونات } OH^- \text{ أقلية جدا فإن}$$

$$[CH_3COO^-] = 1,25.10^{-3} mol / l$$

$$\alpha = \frac{[CH_3COO^-]}{C_2} = \frac{1,25.10^{-3}}{0,1} = 1,25.10^{-2}$$

يعني أن معامل التآين $\alpha = 1,25\%$ مما يدل على أن حمض الإيثانويك حمض ضعيف .

3 - 4 نستنتج من المبيان قيمة pK_A نحدد نقطة نصف التكافؤ على المبيان فنجد $pH = pK_A = 4,8$

3 - 5 العلاقة بين pH المحلول و pK_A وتركيز C_2

نعلم أن

$$pH = pK_A + \log \frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$$

$$pH = pK_A + \log \frac{[H_3O^+]}{C_2 - [H_3O^+]}$$

من خلال الحساب السابق يتبين أنه يمكن إهمال تركيز H_3O^+ أمام C_2 يعني أن

$$pH = pK_A + \log \frac{[H_3O^+]}{C_2} \Rightarrow 2pH = pK_A - \log C_2$$

$$pK_A = 2pH + \log C_2$$

تطبيق عددي : $pK_A = 5,8 - 1 = 4,8$

4-1 في هذه الحالة الحجم الكلي للمحلول المحض هو $V_T = V_2 + V_0$ أي عندنا عملية التخفيف التركيز البدئي للمحلول الحمضي سيختلف :

تأثير التخفيف على الحجم المضاف V_b عند التكافؤ ليس هناك أي تأثير لأننا لم نغير محلول القاعدة القوية .

pH_i البدئي سيتغير لأن pH المحلول يتعلق بالتركيز

pH_E للخليط عند التكافؤ سيتغير لأنه يتعلق بالتخفيف في حالة معايرة حمض ضعيف بقاعدة قوية .

$pH_{1/2}$ تبقى ثابتة وتساوي pK_A لمزدوجة حمض الإيتانويك وقاعدته المرافقة .

2-4

$pH=12$ أي أن الخليط قاعدي وأن عدد أيونات OH^- أكبر من عدد أيونات H_3O^+ ونحسب كمية مادة OH^- المتبقية

$$n(OH^-)_{reste} = n(OH^-)_0 - n(OH^-)_{reagi}$$

$$\frac{n(OH^-)_{reste}}{V_t} = \frac{n(OH^-)_0}{V_t} - \frac{n(CH_3COOH)}{V_t}$$

$$[OH^-] = \frac{n(OH^-)_0}{V_t} - \frac{n(CH_3COOH)}{V_t}$$

نعلم أن علاقة التخفيف هي $C_2'(V_2 + V_0) = C_2V_2$

$$pH = -\log[H_3O^+] \Rightarrow pH = 14 - \log[OH^-]$$

$$[OH^-] = \frac{C_bV_b - C_2V_2}{V_0 + V_2 + V_b} \Rightarrow pH = 14 - \log \frac{C_bV_b - C_2V_2}{V_0 + V_2 + V_b}$$

$$C_bV_b - C_2V_2 = 10^{-2}(V_0 + V_2 + V_b) \Rightarrow V_0 = \frac{C_bV_b}{10^{-2}} - V_b - V_2 - \frac{C_2V_2}{10^{-2}}$$

$$V_0 = 0.18l$$

serie 3

تمرين 1

نعتبر ساقا متجانسة AB كتلتها $M=0,25\text{Kg}$ وطولها $L=0,6\text{m}$ ومركز قصورها G ، بإمكانها الدوران في مجال الثقالة حول محور Δ أفقي ثابت يمر من طرفها A . نعلم موضع مركز قصور الساق في كل لحظة بالأفصول الزاوي $\theta(t)$. ونعطي عزم قصور الساق بالنسبة للمحور Δ

$$J_{\Delta} = \frac{1}{3}ML^2 \text{ و } g = 10\text{m/s}^2$$

نهمل جميع الاحتكاكات خلال هذه الدراسة.

I - الدراسة التحريكية.

نزوح الساق عن موضع توازنها بزاوية θ_m في المنحى

الموجب ثم نحررها بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t=0$

1 - أوجد تعبير المعادلة التفاضلية لحركة الساق. ما هي طبيعة الحركة ؟

2 - أوجد حل للمعادلة التفاضلية في حالة التذبذبات ذات وسع

$$\theta_m = \frac{\pi}{10} \text{ rad}$$

3 - أحسب قيمة الدور T_0 .

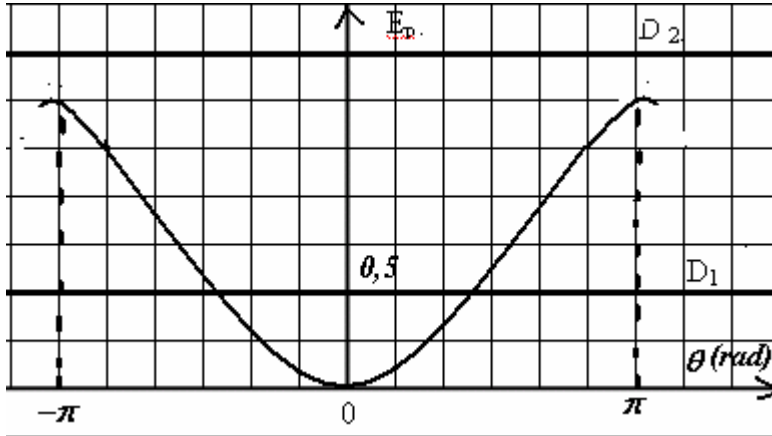
II - الدراسة الطاقية

يمثل الشكل جانبه تغيرات طاقة الوضع الثقالية للمجموعة

بدلالة الزاوية θ . نأخذ الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية

$E_p=0$ عند التوازن المستقر للساق $\theta=0$.

1 - بين أن طاقة الوضع للساق يمكن أن نعبر عنها بالعلاقة التالية : $E_p = MgL \frac{(1 - \cos \theta)}{2}$



خلال حركة الساق حول المحور Δ يمكن إعطاء قيمتين للطاقة الميكانيكية والمتمثلتين في الشكل بالمستقيمين D_1 و D_2 .

الحالة الأولى: يمثل D_1 الطاقة الميكانيكية للمجموعة.

أ - عين السرعة الزاوية للساق أثناء مرورها بموضع التوازن في المنحى الموجب.

ب - عين من خلال المنحى موضع أو مواضع الساق التي تكون فيها قيمة الطاقة

الحركية $E_C = 0,25\text{J}$

الحالة الثانية: يمثل D_2 الطاقة الميكانيكية الجديدة للمجموعة. ما هو شكل مسار مركز القصور G للساق؟ علل الجواب.

تمرين

الكيمياء: دراسة المزدوجة حمض - قاعدة $\text{C}_2\text{H}_5\text{-NH}_3^+/\text{C}_2\text{H}_5\text{-NH}_2$

الإيثيل أمين $\text{C}_2\text{H}_5\text{-NH}_2$ قاعدة حمضها المرافق إيثيل أمونيوم $\text{C}_2\text{H}_5\text{-NH}_3^+$.

I - عند قياس pH محلول مائي لإيثيل أمين تركيزه $C_B=10^{-2}\text{mol/l}$ وحجمه $V_B=50\text{ml}$

نحصل على $\text{pH}=11,1$.

1 - بين أن إيثيل أمين قاعدة ضعيفة وأنتجت المعادلة الكيميائية لتأين إيثيل أمين في الماء. (0,5+1)

- 2 - أحسب تراكيز الأنواع الكيميائية المتواجدة في المحلول .
 وأستنتج معامل التثكك α_1 للقاعدة إيثيل أمين
 3 - نضيف 450ml من الماء الخالص للمحلول السابق فنحصل على $pH=10,8$. احسب تراكيز الأنواع الكيميائية المتواجدة في المحلول الجديد وأستنتج معامل التثكك α_2 للقاعدة إيثيل أمين .
 4 - قارن بين α_1 و α_2 . ما هو تأثير التخفيف على تآين إيثيل أمين في الماء .
 II - في كأس يحتوي على حجم $V_B=20ml$ من محلول مائي لإيثيل أمين تركيزه C_B مجهول . نصب تدريجيا بواسطة سحاحة مدرجة محلول مائيا لحمض الكلوريدريك تركيزه $C_A=0,2mol/l$
 ونقيس pH المحلول عند كل إضافة . نحصل على نقطة نصف التكافؤ عند إضافة 9ml من محلول حمض الكلوريدريك بحيث pH الخليط في هذه النقطة 10,8 .

- 1 - أكتب المعادلة الكيميائية الحاصلة خلال المعايرة .
 2 - استنتج التركيز C_B للمحلول المائي إيثيل أمين .
 3 - أجرد الأنواع الكيميائية المتواجدة في المحلول عند نقطة نصف التكافؤ . واحسب تراكيزها .

- أستنتج قيمة pK_A للمزدوجة $C_2H_5-NH_3^+/C_2H_5-NH_2$
 4 - قارن قوتي القاعدتين $C_2H_5-NH_2$ و NH_3 علما أن $pK_A(NH_4^+/NH_3)=9,2$

تمرين 3 (خاص للعلوم الرياضية)

نعتبر نابضا R_1 ذا لفات غير متصلة، صلابته $K=50N/m$ وكتلته مهملة وطوله الأصلي $\ell_0 = 20cm$.

نثبت أحد طرفي النابض إلى حامل ثابت M بينما نربط طرفه الآخر إلى جسم S ذي كتلة $m=200g$ ، يمكنه الانزلاق بدون احتكاك فوق مستوى مائل بزواوية $\alpha=30^\circ$ بالنسبة للسطح π الأفقي .

1 - أحسب طول النابض ℓ_0 عند التوازن

2 - نزيح الجسم S عن موضع توازنه بمسافة 4cm ثم نحرره بدون سرعة بدئية

نعتبر G_0 أصلا للأفاصيل

2 - 1 أوجد المعادلة الزمنية لحركة الجسم S . واستنتج قيمة الدور الخاص T_0 .

2 - 2 عين المعادلة الزمنية لحركة الجسم S ، علما أنه يمر من موضع توازنه المستقر G_0 في اللحظة التي تاريخها $t=0$ ، متجها نحو المنحى الموجب .

2 - 3 أحسب سرعة S في اللحظة $t = \frac{T_0}{2}$

2 - 4 ما تعبير الطاقة الحركية للجسم S ، بدلالة الزمن؟ ثم عين قيم التواريخ التي تكون فيها الطاقة الحركية للجسم S قصوية .

3 - نعتبر نابضا آخر R_2 ذا كتلة مهملة ولفات غير متصلة طوله الأصلي $\ell_0 = 20cm$ وصابته $K_2=100N/m$. نثبت أحد طرفيه إلى حامل N .

نربط الجسم S بالنابضين R_1 و R_2 كما هو مبين في الشكل (2)

نعطي المسافة الفاصلة بين الحاملين $MN = \frac{5}{2}\ell_0$ ونعتبر أبعاد

الجسم مهملة .

3 - 1 أوجد ℓ_1 و ℓ_2 على التوالي طول R_1 و R_2 عند التوازن .

3 - 2 نزيح الجسم S عن موضع توازنه بمسافة $a=2cm$ ثم نطلقه بدون سرعة بدئية . نعتبر G'_0 (موضع توازن S) أصلا للأفاصيل

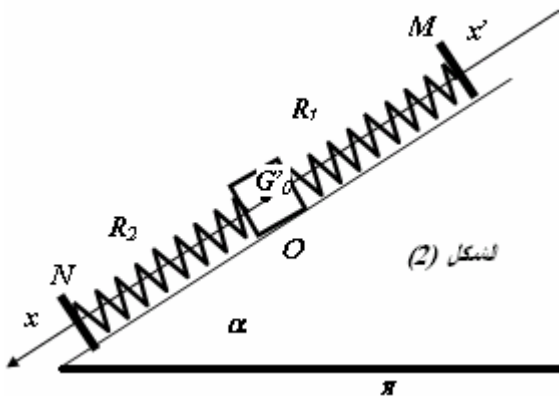
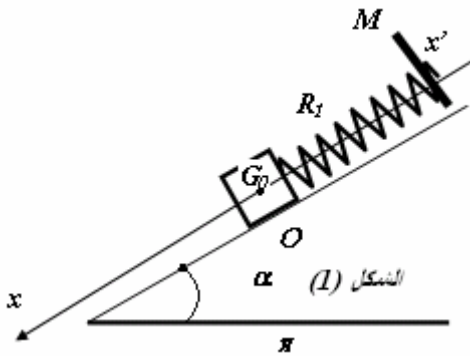
أ - أوجد تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة { الأرض ، الجسم ،

الحاملين ، النابضين } بدلالة الأفعال x والسرعة v للجسم S .

ب - باشتقاق التعبير المحصل عليه استنتج قيمة الدور T لحركة الجسم S .

نعتبر طاقة الوضع المرنة للنابض منعقدة ، عندما يكون غير مشوه ، ونختار المستوى π مرجعا لطاقة الوضع الثقالية .

نعطي $g=10m/s^2$.



I — الدراسة التحريكية

1 — المعادلة التفاضلية

القوى المطبقة على الساق \vec{P} و \vec{R}

نطبق العلاقة الأساسية للديناميك : $\mathcal{M}_A(\vec{P}) + \mathcal{M}_A(\vec{R}) = J_A \ddot{\theta}$

$$-Mg \frac{L}{2} \sin \theta = J_A \ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{MgL}{2J_A} \sin \theta = 0$$

حسب شكل المعادلة التفاضلية فهي ليست خطية إذن فحركة الساق حركة تذبذبية

2 — المعادلة التفاضلية في حالة تذبذبات ذات وسع صغير

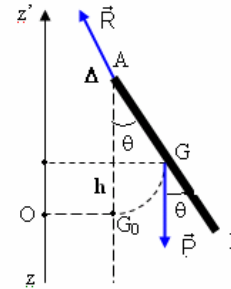
في حالة تذبذبات ذات وسع صغير $\theta_m = \frac{\pi}{10} \text{ rad}$ نعتبر أن $\sin \theta = \theta$ وتصبح المعادلة

التفاضلية على الشكل التالي :

$\ddot{\theta} + \frac{MgL}{2J_A} \theta = 0$ بما أن $J_A = \frac{1}{3} ML^2$ إذن فالمعادلة التفاضلية هي

$$\ddot{\theta} + \frac{3g}{2L} \theta = 0$$

3 — حساب قيمة الدور :



حسب المعادلة التفاضلية في حالة التذبذبات ذات وسع صغير فإن حركة التواس حركة تذبذبية جيبية نبضها الخاص هو $\omega_0^2 = \frac{3g}{2L}$

أي أن دورها الخاص $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \Leftrightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}}$ تطبيق عددي : $T_0 = 1,26 \text{ s}$

II — الدراسة الطاقية

1 — نبين العلاقة

نعلم أن طاقة الوضع الثقالية هي : $E_p = Mgz + C$ حسب الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية وحسب الشكل جانبه

$E_p = 0$ بالنسبة $z = 0$ إذن $C = 0$ وطاقة الوضع تكذب على الشكل التالي $E_p = Mgz$ بحيث أن $z = \frac{L}{2}(1 - \cos \theta)$

$$E_p = \frac{MgL(1 - \cos \theta)}{2}$$

2 — أ

الحالة الأولى : عند مرور الساق من موضع توازنها . فحسب الشكل $\theta = 0$ و $E_m = E_c = 0,5 \text{ J}$ و $E_p = 0$

$$\frac{1}{2} J_A \dot{\theta}_m^2 = 0,5 \Rightarrow \dot{\theta}_m = \sqrt{\frac{2 \times 0,5}{J_A}} = 5,77 \text{ rad / s}$$

ب — موضع الساق عندما تكون $E_c = 0,25 \text{ J}$ أي أن $E_p = 0,25 \text{ J}$ فحسب الشكل $\theta = \pm \frac{\pi}{3} \text{ rad}$

الحالة الثانية :

عندما تكون $E_m > E_p \Rightarrow E_c \neq 0$ مهما كانت t أي أن الساق ستدور حول المحور Δ .

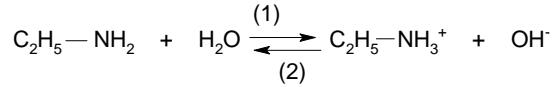
التمرين 2 :

I — 1) نبين أن إيثيل أمين $C_2H_5-NH_2$ قاعدة ضعيفة .

نعلم أن pH قاعدة قوية : $pH = 14 + \log C_b$ حسب المعطيات $C_b = 10^{-2} \text{ mol/l}$

أي أن $pH = 12$. لكن حسب معطيات التمرين أن pH الخليط : $pH = 11,1$. مما يبين أن إيثيل أمين قاعدة ضعيفة يعني أنها

تتأين جزئيا في الماء حسب المعادلة الكيميائية التالية :



2- الأنواع الكيميائية المتواجدة في المحلول : H_3O^+ و OH^- و $C_2H_5-NH_3^+$ و H_2O و $C_2H_5-NH_2$.

حساب تراكيز الأنواع الكيميائية :

$$[OH^-] = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ mol / l} \quad \text{و} \quad [H_3O^+] = 7,9 \cdot 10^{-12} \text{ mol / l}$$

$$[C_2H_5-NH_3^+] \cong [OH^-] = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ mol / l}$$

$$[C_2H_5-NH_2] = 0,87 \cdot 10^{-2} \text{ mol / l} \quad \text{أي أن} \quad [C_2H_5-NH_2] = C_b - [C_2H_5-NH_3^+]$$

نستنتج معامل التفكك α_1 :

$$\alpha_1 = 1,26\% \quad \text{أي أن} \quad \alpha_1 = \frac{[C_2H_5-NH_3^+]}{C_b} = 0,126$$

3 — عند إضافة 450ml من الماء الخالص للمحلول السابق $V_b = 50 \text{ ml}$ يصبح الحجم الكلي للمحلول هو $V_T = 500 \text{ ml}$ و

$pH = 10,8$

نفس الأنواع الكيميائية السابقة . نحسب تراكيز هذه الأنواع :

$$[OH^-] = 6,3 \cdot 10^{-4} \text{ mol / l} \quad \text{و} \quad [H_3O^+] = 1,58 \cdot 10^{-11} \text{ mol / l}$$

$$[C_2H_5-NH_3^+] \cong [OH^-] = 6,3 \cdot 10^{-4} \text{ mol / l}$$

$$[C_2H_5-NH_2] = 3,7 \cdot 10^{-4} \text{ mol / l}$$

$$\alpha_2 = \frac{n(C_2H_5-NH_3^+)}{n(C_2H_5-NH_2)_0} = \frac{[C_2H_5-NH_3^+] V_T}{C_b \cdot V_b}$$

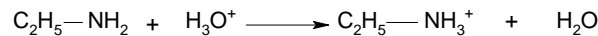
$$\alpha_2 = 0,157 = 1,57\%$$

4 — مقارنة α_1 و α_2 :

$\alpha_2 > \alpha_1$ أي أن التوازن الكيميائي للتفاعل بين إيثيل أمين والماء سيتزاح نحو المنحى (1) والذي يؤدي إلى تكون أيون إيثيل أمونيوم

وهذا نتيجة التخفيف .

II — 1 المعادلة الكيميائية للتفاعل خلال المعايرة



هذا التفاعل هو شبه تام

2 — حساب التركيز C_b عند التكافؤ :

$$C_a V_{ac} = C_b V_b \quad V_{a1/2} = \frac{V_{ac}}{2} \Leftrightarrow V_{ac} = 2V_{a1/2} \text{ ونعلم أن } V_{A1/2} = 9ml \text{ عند نقطة نصف التكافؤ}$$

$$C_b = 9.10^{-3} \text{ mol/l} \quad \text{إذن } C_b = C_a \frac{2V_{a1/2}}{V_b} \text{ تطبيق عددي}$$

3 — عند نقطة نصف التكافؤ عندنا محلول عيار والذي يتميز ب : $pH = pK_a = 10,8$

$$[C_2H_5 - NH_2] = [C_2H_5 - NH_3^+]$$

$$[Cl^-] = \frac{C_a V_{a1/2}}{V_T} = 6,2.10^{-2} \text{ mol/l} \quad [OH^-] = 6,3.10^{-4} \text{ mol/l} \quad [H_3O^+] = 1,58.10^{-11} \text{ mol/l}$$

$$[C_2H_5 - NH_3^+] \approx [OH^-] - [Cl^-] = 6,2.10^{-2} \text{ mol/l}$$

$$\text{الحفاظ المادة } [C_2H_5 - NH_2] = [C_2H_5 - NH_3^+] = 6,2.10^{-2} \text{ mol/l}$$

4 — مقارنة قوتي القاعدتين NH_3 و $C_2H_5 - NH_2$ بما أن

$$pK_a(NH_4^+ / NH_3) < pK_a(C_2H_5 - NH_3^+ / C_2H_5 - NH_2)$$

تمرين 3

1 — حساب طول النابض ℓ_0 عند التوازن :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{0} \text{ شرط التوازن}$$

$$F = K\Delta\ell \text{ ونعلم أن } mg \sin \alpha - F = 0 \text{ إسقاط العلاقة على } x'Ox$$

$$\Delta\ell = \frac{mg \sin \alpha}{K} \text{ نستنتج } K\Delta\ell = mg \sin \alpha \text{ نعتبر أن طول النابض عند التوازن } \ell_e = \Delta\ell - \ell_0$$

$$\ell_e = 22cm \text{ تطبيق عددي } \ell_e = \frac{mg \sin \alpha}{K} - \ell_0$$

2 — 1 المعادلة التفاضلية لحركة الجسم S

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a} \text{ نطبق العلاقة الأساسية للديناميك على الجسم S في معلم مرتبط بالأرض نعتبره غاليليا}$$

$$F = K(\Delta\ell + x) \text{ نسقط هذه العلاقة على } x'Ox \text{ مع أن } mg \sin \alpha - F = m\ddot{x}$$

$$\text{نستنتج أن } K\Delta\ell = mg \sin \alpha \text{ حسب العلاقة المحصل عليها عند التوازن } mg \sin \alpha - K\Delta\ell - Kx = m\ddot{x}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} \text{ نحصل على المعادلة التفاضلية } \ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0 \text{ وهي معادلة تفاضلية لحركة مستقيمة جيبية نبضها الخاص}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \text{ قيمة الدور الخاص } T_0 = 0,4s \text{ كتطبيق عددي}$$

2 — 2 المعادلة الزمنية للحركة :

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$$

3 — $X_m = 4,10^{-2} m$ وسع الحركة . $\omega_0 = 5\pi rad/s$ النبض الخاص للحركة .

اعتمادا على الشروط البدئية في اللحظة $t=0$ عندنا $x=0$ أي أن

$$\cos \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$$

$$\dot{x} = -X_m \omega \sin \varphi > 0 \Rightarrow \sin \varphi < 0 \text{ إذن } \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ وبالتالي تكون}$$

المعادلة الزمنية لحركة S :

$$x(t) = 4.10^{-2} \cos(5\pi t - \frac{\pi}{2})$$

3 — سرعة الجسم S في اللحظة $t = \frac{T_0}{2}$

حسب العلاقات المثلثية يمكن أن نكتب $x(t) = 4.10^{-2} \sin 5\pi t$ إذن السرعة $V(t) = 20\pi.10^{-2} \cos 5\pi t$

$$t = 0,2s \Rightarrow V(t) = 20\pi \cos 25\pi = 20\pi.10^{-2} \cos \pi = -0,20\pi rad/s$$

4 — تعبير الطاقة الحركية للجسم S

$$E_C = 4.10^{-2} \cos^2 5\pi t \text{ لدينا } E_C = \frac{1}{2} mV^2 \text{ أي أن } E_C = 4.10^{-2} \cos^2 5\pi t$$

تكون الطاقة الحركية قصوى : $\cos^2 5\pi t = 1$ يعني أن $k \in N$ $5\pi t = k\pi \Rightarrow t = \frac{k}{5}$

3 — إيجاد الطولين ℓ_1 ℓ_2

بما أن المسافة $d = \ell_1 + \ell_2 = \frac{5}{2} \ell_0 > 2\ell_0$ فإن النابضين مطالين وبالتالي تكون تمثيل متجهات القوى كما هو مبين في الشكل .

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \text{ شرط التوازن}$$

$$\Delta\ell_1 = \ell_1 - \ell_0 \quad \Delta\ell_2 = \ell_2 - \ell_0 \text{ عندنا } mg \sin \alpha - K_1\Delta\ell_1 + K_2\Delta\ell_2 = 0 \text{ نسقط العلاقة على المحور } x'Ox$$

وعندنا كذلك

$$\ell_1 = \frac{mg \sin \alpha + \ell_0 \left(K_1 + \frac{3}{2} K_2 \right)}{K_1 + K_2} \text{ (1) العلاقة في العنق } \ell_2 = \frac{5}{2} \ell_0 - \ell_1$$

$$\text{تطبيق عددي: } \ell_1 = 27cm \quad \ell_2 = 22,7cm$$

3 — 2 تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة .

$$E_m = E_p + E_C$$

$$E_C = \frac{1}{2} m\dot{x}^2 \text{ الطاقة الحركية للمجموعة}$$

E_p طاقة الوضع الكلية للمجموعة وهي طاقة الوضع المرنة للنابضين والطاقة الثقالية للجسم.

$$E_{pe} = \frac{1}{2} K_1 (\Delta\ell_1 + x) + \frac{1}{2} K_2 (\Delta\ell_2 - x) \text{ طاقة الوضع المرنة للنابضين : حسب الشكل}$$

$$\begin{cases} E_{pe} = \frac{1}{2} Kx^2 + C \\ x = 0 \\ E_{pe} = 0 \end{cases}$$

المرجعية منعقدة عندما يكون النابض غير مشوه أي أن الإطالة منعقدة

$$E_{pp} = -m\vec{g}z + mgz_{ref} \text{ طاقة الوضع الثقالية : نوجه المحور } z \text{ نحو الأعلى و } z_{ref}=0$$

$$z = (\ell_2 - x) \sin \alpha$$

$$\vec{g} = -g$$

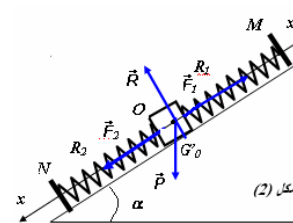
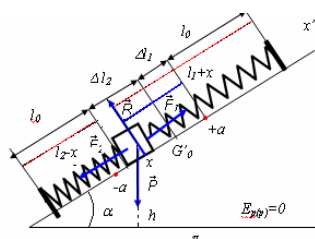
$$E_{pp} = mg(\ell_2 - x) \sin \alpha$$

ونستنتج تعبير الطاقة الميكانيكية :

$$E_m = \frac{1}{2} m\dot{x}^2 + \frac{1}{2} K_1 (\Delta\ell_1 + x)^2 + \frac{1}{2} K_2 (\Delta\ell_2 - x)^2 + mg(\ell_2 - x) \sin \alpha$$

حسب السؤال السابق لدينا عند التوازن

$$mg \sin \alpha - K_1 \Delta\ell_1 + K_2 \Delta\ell_2 = 0$$



تصبح العلاقة الطاقة الميكانيكية على الشكل التالي :

$$E_m = \frac{I}{2} m \dot{x}^2 + \frac{I}{2} (K_1 + K_2) x^2 + \frac{I}{2} K_1 \Delta \ell_1^2 + \frac{I}{2} K_2 \Delta \ell_2^2 + mg \ell_2 \sin \alpha$$

$$E_m = 0,1 \dot{x}^2 + 75 x^2 + 0,4$$

3 — 2 استنتاج قيمة الدور T

نعلم أن المجموعة محافظة لغياب الاحتكاك خلال الحركة كل القوى المطبقة على الجسم هي قوى محافظة أي

$$\frac{dE_m}{dt} = 0 \Leftrightarrow \dot{x} + 750x = 0 \quad \text{T يعني أن الدور } \Omega^2 = 750 \Leftrightarrow T = \frac{2\pi}{\Omega} = 0,23s$$